

MATHEMATICS 201-203-RE

Integral Calculus

Martin Huard

Winter 2009

VIII - Integration by Partial Fractions

1. Evaluate the integral.

a) $\int \frac{x+1}{x^2-2x} dx$

b) $\int \frac{11x+17}{2x^2+7x-4} dx$

c) $\int \frac{4x^2-3x-4}{x^3-x^2-2x} dx$

d) $\int \frac{x^2-3x+1}{x+3} dx$

e) $\int \frac{4x^2+24x+29}{x^2+6x+8} dx$

f) $\int \frac{x^2}{(x+2)^3} dx$

g) $\int \frac{2x+4}{x^4-x^2} dx$

h) $\int \frac{2x^2+3}{x(x-1)^2} dx$

i) $\int \frac{x+3}{x^3+9x} dx$

j) $\int \frac{5}{(t-1)(t^2+4)} dt$

k) $\int \frac{2}{x^2+4x+13} dx$

l) $\int \frac{6x+4}{x^2-6x+10} dx$

m) $\int \frac{x^5+6x^4+13x^3+1}{x^2+6x+13} dx$

n) $\int \frac{x^3+5x^2-4x-20}{x^2+3x-10} dx$

o) $\int \frac{x^3+x^2-2x+1}{(x^2+1)(x^2+4)} dx$

p) $\int \frac{5x^3+4x^2+14x-39}{x^4+4x^3+13x^2} dx$

q) $\int \frac{x^4}{x^2+5} dx$

r) $\int \frac{6}{(x+1)(x^2+1)} dx$

s) $\int \frac{x^2+6x+4}{(x^2+4)^2} dx$

t) $\int \frac{3x^4+10x^2+3}{x(x^2+1)^2} dx$

u) $\int \frac{2x+3}{(x^2+3x+4)^2} dx$

2. Evaluate the given integral.

a) $\int_2^4 \frac{x}{x^2+3x+2} dx$

b) $\int_2^3 \frac{3t+4}{(t-1)^2(t+1)} dt$

c) $\int_3^5 \frac{3x-5}{(x-2)^2} dx$

d) $\int_{-1}^2 \frac{x^4+2x^3+11x^2+x}{x^2+2x+10} dx$

e) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{5}{x^2(x^2+1)} dx$

f) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{8x}{(2x+1)(4x^2+1)} dx$

Answers

1. a) $-\frac{1}{2} \ln|x| + \frac{3}{2}|x-2| + C$
 b) $3 \ln|x+4| + \frac{5}{2} \ln|2x-1| + C$
 c) $2 \ln|x| + \ln|x+1| + \ln|x-2| + C$
 d) $\frac{1}{2}x^2 - 6x + 19 \ln|x+3| + C$
 e) $4x + \frac{3}{2} \ln|x+4| - \frac{3}{2} \ln|x+2| + C$
 f) $\frac{4}{x+2} - \frac{2}{(x+2)^2} + \ln|x+2| + C$
 g) $\frac{4}{x} - 2 \ln|x| + 3 \ln|x-1| - \ln|x+1| + C$
 h) $3 \ln|x| - \frac{5}{x-1} - \ln|x-1| + C$
 i) $\frac{1}{3} \ln|x| - \frac{1}{6} \ln(x^2+9) + \frac{1}{3} \arctan \frac{x}{3} + C$
 j) $\ln|t-1| - \frac{1}{2} \ln|t^2+4| - \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{t}{2}\right) + C$
 k) $\frac{2}{3} \arctan\left(\frac{x+2}{3}\right) + C$
 l) $3 \ln|x^2-6x+10| + 22 \arctan(x-3) + C$
 m) $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2} \arctan \frac{x+3}{2} + C$
 n) $\frac{1}{2}x^2 + 2x + C$
 o) $\ln(x^2+4) - \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + \frac{1}{2} \arctan \frac{x}{2} + C$
 p) $2 \ln|x| + \frac{3}{x} + \frac{3}{2} \ln|x^2+4x+13| - \frac{7}{3} \arctan\left(\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}\right) + C$
 q) $\frac{1}{3}x^3 - 5x + 5\sqrt{5} \arctan \frac{\sqrt{5}x}{5} + C$
 r) $3 \ln|x+1| - \frac{3}{2} \ln|x^2+1| + 3 \arctan x + C$
 s) $\frac{1}{2} \arctan \frac{x}{2} - \frac{3}{x^2+4}$
 t) $2 \ln|x| - \frac{2}{x^2+1} + C$
 u) $\frac{-1}{x^2+3x+4} + C$
2. a) $3 \ln 3 - 2 \ln 2 - \ln 5$
 b) $\frac{7}{4} + \frac{1}{4} \ln 2 - \frac{1}{4} \ln 3$
 c) $\frac{2}{3} + 3 \ln 3$
 d) $6 - \frac{3\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2$
 e) $5 - \frac{5\pi}{12} - \frac{5\sqrt{3}}{3}$
 f) $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2$