



MATHEMATICS 201-103-RE

Differential Calculus

Martin Huard

Fall 2011

Precalculus - Algebra

1. Evaluate the number (without the use of a calculator).

a) $(-3)^4$

b) $(\frac{1}{3})^{-2}$

c) $\sqrt[5]{\frac{1}{32}}$

d) $\sqrt[3]{-64}$

e) $81^{\frac{3}{4}}$

f) $(-16)^{\frac{5}{4}}$

g) $(\frac{8}{27})^{\frac{2}{3}}$

h) $(-2\sqrt{2})^{\frac{2}{3}}$

2. Simplify the following expressions.

a) x^2x^{-5}

b) $(2x^2)^4(3x^{-3})^2$

c) $(x^2y^3)^2(x^{-2}y)^{-3}$

d) $\frac{4x^2y^{-3}z^2}{12xy^2z^{-1}}$

e) $\frac{(2x^2y)^{-2}(3x^{-1})^3}{(4x^{-3}y^2)^{-3}}$

f) $\left(\frac{3a^2b^3c^{-2}}{a^2b^{-1}c}\right)^{-2}$

g) $\left(\frac{2x^2y^{-1}}{3z^2}\right)^{-2}\left(\frac{3xz^2}{y}\right)^3$

h) $t^{\frac{2}{3}}t^{-\frac{1}{3}}$

i) $(9x^5)^{\frac{1}{2}}(8x^7)^{\frac{2}{3}}$

j) $(8x^{-2}y^{\frac{3}{4}})^{\frac{2}{3}}(5x^{-\frac{1}{3}})^2$

k) $\frac{4x^{\frac{-3}{4}}y^{\frac{1}{2}}z^{\frac{3}{5}}}{x^2y^{-3}z^{\frac{2}{3}}}$

l) $\left(\frac{9x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{5}}}{x^{\frac{2}{3}}y^2}\right)^{\frac{5}{2}}$

m) $(4x^{-3}y^2)^{\frac{-1}{6}}\left(\frac{3x^2y^{-1}}{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{3}}}\right)^{-2}$

n) $\sqrt[3]{x^6y^2}$

o) $\sqrt[4]{x^5y^2}\sqrt[4]{x^6y^3}$

p) $\sqrt[3]{\sqrt{64x^3}}$

q) $\sqrt[4]{t^{3n+1}}\sqrt[4]{t^{n-1}}$

r) $\frac{\sqrt[3]{x^2y^3}}{\sqrt[4]{x^5y^2}}$

3. Expand and simplify.

a) $4(2x-1)+x(2+4x)$

b) $x^{\frac{3}{2}}(x^3-2x^{\frac{3}{2}}+x)$

c) $(3x-2)^2$

d) $(2-5x)^3$

e) $(2x+1)(x^2-x+2)$

f) $x(x+2)(3x-4)$

g) $(\sqrt{x^2+x+1}+5)(\sqrt{x^2+x+1}-5)$

h) $(x^2+2x+3)^2$

4. Factor the expression completely.

a) $3x+6x^2$

b) x^2-x-6

c) x^2+2x-8

d) $x^2+7x+10$

e) $2x^2-5x-12$

f) $3x^2+7x+2$

g) $6x^2-13x-5$

h) $x^2(x+2)^3-3x(x+2)^4$

i) $(x+3)^6(2x+1)^5-(x+3)^7(2x+1)^4$

j) $2x^3(x+2)^4(5x+4)^5+x^2(x+2)^3(5x+4)^6$

k) x^3+27

l) $8t^3-125$

m) x^3+3x^2-18x

n) $x^3-2x^2-9x+18$

o) $x^4-3x^3+8x-24$

p) $2x^6+3x^4-32x^2-48$

$$\begin{array}{lll}
 \text{q)} \frac{1}{4}x^2 - x - 8 & \text{r)} \frac{1}{6}x^2 - \frac{3}{2}x - 6 & \text{s)} x^{\frac{7}{2}} - x^{\frac{3}{2}} \\
 \text{t)} x^{\frac{5}{2}} + 9x^{\frac{3}{2}} + 20x^{\frac{1}{2}} & \text{u)} x^{\frac{3}{2}} - 4x^{\frac{-1}{2}} & \text{v)} 2x^{\frac{1}{3}}(x+1)^{\frac{1}{2}} + 4x^{\frac{-2}{3}}(x+1)^{\frac{5}{2}} \\
 \text{w)} 4(x^2+1)^{\frac{-2}{3}} - 8x^2(x^2+1)^{\frac{-8}{3}} & \text{x)} 2\sqrt[4]{2x-3} - x^2(2x-3)^{\frac{-7}{4}} & \\
 \text{y)} 2(x+1)^{\frac{-2}{3}}(x+2)^{\frac{5}{2}} - (x+1)^{\frac{4}{3}}(x+2)^{\frac{3}{2}} & \text{z)} \sqrt[3]{x}(x^2-4)^{\frac{3}{4}} - x^{\frac{7}{3}}(x^2-4)^{\frac{-1}{4}} &
 \end{array}$$

5. Factor the following polynomials using the given information.

$$\begin{array}{ll}
 \text{a)} p(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6 & p(2) = 0 \\
 \text{b)} p(x) = x^3 - 5x^2 - 26x + 120 & p(6) = 0 \\
 \text{c)} p(x) = x^4 - x^3 - 6x^2 + 4x + 8 & \\
 \text{d)} p(x) = 2x^4 + 11x^3 - 3x^2 - 44x - 20 & \\
 p(2) = p(-1) = 0 & p(-2) = p(-5) = 0
 \end{array}$$

6. Use the factor theorem to factor the following expressions.

$$\begin{array}{lll}
 \text{a)} 4x^2 - 2x - 2 & \text{b)} 3x^2 + 2x - 5 & \text{c)} 5x^2 + 9x - 2 \\
 \text{d)} x^3 - 7x + 6 & \text{e)} 2x^3 + 5x^2 - x - 6 & \text{f)} x^3 - 2x^2 - 4x + 8 \\
 \text{g)} x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6 & \text{h)} x^3 + 6x^2 + 11x + 6 & \text{i)} 3x^3 + 11x^2 - 2x - 24
 \end{array}$$

7. Simplify the expression.

$$\begin{array}{ll}
 \text{a)} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 4x - 5} & \text{b)} \frac{x^4 + x^3 - 6x^2}{x^3 - 9x} \\
 \text{c)} \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 1} \cdot \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 3x - 10} & \text{d)} \frac{x^3 + 1}{x^3 + 2x^2 - 4x - 8} \cdot \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 1} \\
 \text{e)} \frac{4x + 24}{x^5} \div \frac{x + 6}{x^3} & \text{f)} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 3x - 4} \div \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 2x - 8} \\
 \text{g)} \frac{2x^2 + 8x}{x^2 + 6x + 8} \div \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} & \text{h)} \frac{2}{x+1} + \frac{x}{x+1} \\
 \text{j)} \frac{x}{(x+3)^2} + \frac{2}{x+3} & \text{k)} 2x - \frac{3}{3x-1} \\
 \text{l)} \frac{2x}{x^2 - x - 6} + \frac{5}{x+2} \\
 \text{m)} \frac{2}{x^2 - 16} + \frac{1}{x-4} & \text{n)} \frac{7}{x^2 - 3x - 10} + \frac{3}{x^2 - 8x + 15} \\
 \text{o)} \frac{x+5}{x} - \frac{1}{x+6} - \frac{6}{x^2 + 6x} & \text{p)} \frac{\frac{2}{x} + 1}{3 - \frac{4}{x}} \\
 \text{q)} \frac{\frac{t}{t+3} - \frac{2}{5}}{t-2} & \text{r)} \frac{x+3}{\frac{x+1}{x+7} + \frac{1}{2}} \\
 \text{s)} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}}{\frac{3}{x} + \frac{4}{x+3}} & \text{t)} \frac{\frac{2x+2h}{x+h+3} - \frac{2x}{x+3}}{h} \\
 \text{u)} \frac{\frac{1}{(x+h)^2} - \frac{1}{x^2}}{h} & \text{v)} \frac{x^{\frac{1}{2}} + 2x^{\frac{-1}{2}}}{x^2 - 4} \\
 \text{w)} \frac{(x+1)^{\frac{5}{3}} - 2x(x+1)^{\frac{-1}{3}}}{x^2 + 4} \\
 \text{x)} \frac{\frac{3}{\sqrt{x+7}} - \sqrt{x+7}}{x^2 - x - 20} & \text{y)} \frac{(3x+2)^{\frac{1}{3}} - \frac{5x}{2(3x+2)^{\frac{2}{3}}}}{(3x+2)^{\frac{2}{3}}} \\
 \text{z)} \frac{2x(x+2)^{\frac{-1}{2}} - 3(x+2)^{\frac{1}{2}}}{(x+3)^{\frac{-1}{3}} + 3(x+3)^{\frac{-4}{3}}}
 \end{array}$$

ANSWERS

1. a) 81 b) 9 c) $\frac{1}{2}$ d) -4 e) 27 f) $\cancel{4}$ g) $\frac{9}{4}$ h) 2
2. a) $\frac{1}{x^3}$ b) $144x^2$ c) $x^{10}y^3$ d) $\frac{xz^3}{3y^5}$ e) $\frac{432y^4}{x^{16}}$ f) $\frac{c^6}{9b^8}$
- g) $\frac{243z^{10}}{4xy}$ h) $t^{\frac{7}{15}}$ i) $12x^{\frac{43}{6}}$ j) $\frac{25}{2y^{\frac{1}{4}}}$ k) $\frac{4y^{\frac{7}{2}}}{x^{\frac{11}{4}}z^{\frac{15}{2}}}$ l) $\frac{y^{\frac{7}{2}}}{243x^{\frac{35}{12}}}$
- m) $\frac{y^{\frac{4}{3}}}{9\sqrt[3]{2x^2}}$ n) $x^2y^{\frac{2}{3}}$ o) $x^{\frac{11}{4}}y^{\frac{5}{4}}$ p) $2\sqrt{x}$ q) t^n r) $\frac{y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{12}{7}}}$
3. a) $4x^2 + 10x - 4$ b) $x^{\frac{9}{2}} - 2x^3 + x^{\frac{5}{2}}$ c) $9x^2 - 12x + 4$
d) $8 - 60x + 150x^2 - 125x^3$ e) $2x^3 - x^2 + 3x + 2$ f) $3x^3 + 2x^2 - 8x$
g) $x^2 + x - 24$ h) $x^4 + 4x^3 + 10x^2 + 12x + 9$
4. a) $3x(2x+1)$ b) $(x-3)(x+2)$ c) $(x+4)(x-2)$
d) $(x+5)(x+2)$ e) $(2x+3)(x-4)$ f) $(3x+1)(x+2)$
g) $(3x+1)(2x-5)$ h) $-2x(x+3)(x+2)^3$ i) $(x+3)^6(2x+1)^4(x-2)$
j) $x^2(x+2)^3(5x+4)^5(2x+1)(x+4)$ k) $(x+3)(x^2-3x+9)$
l) $(2t-5)(4t^2+10t+25)$ m) $x(x+6)(x-3)$ n) $(x-2)(x-3)(x+3)$
o) $(x-3)(x+2)(x^2-2x+4)$ p) $(x-2)(x+2)(x^2+4)(2x^2+3)$
q) $\frac{1}{4}(x+4)(x-8)$ r) $\frac{1}{6}(x+3)(x-12)$ s) $x^{\frac{3}{2}}(x-1)(x+1)$
t) $x^{\frac{1}{2}}(x+5)(x+4)$ u) $\frac{(x-2)(x+2)}{x^{\frac{1}{2}}}$ v) $\frac{2(x+1)^{\frac{1}{2}}(x+2)(2x+1)}{x^{\frac{2}{3}}}$
- w) $\frac{4(x^4+1)}{(x^2+1)^{\frac{8}{3}}}$ x) $\frac{7x^2-24x+18}{(2x-3)^{\frac{7}{4}}}$ y) $\frac{-(x+2)^{\frac{3}{2}}(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})}{(x+1)^{\frac{2}{3}}}$ z) $\frac{-4x^{\frac{1}{3}}}{(x+2)^{\frac{1}{4}}(x-2)^{\frac{1}{4}}}$
5. a) $(x-2)(x+3)(x+1)$ b) $(x-6)(x+5)(x-4)$
d) $(x-2)^2(x+1)(x+2)$ e) $(x+2)(x+5)(2x+1)(x-2)$
6. a) $2(x-1)(2x+1)$ b) $(x-1)(3x+5)$ c) $(x+2)(5x-1)$
d) $(x-1)(x-2)(x+3)$ e) $(x-1)(x+2)(2x+3)$ f) $(x-2)^2(x+2)$
g) $(x-1)^2(x+2)(x-3)$ h) $(x+1)(x+2)(x+3)$ i) $(x+2)(x+3)(3x-4)$
7. a) $\frac{x+2}{x+5}$ b) $\frac{x(x-2)}{x-3}$ c) $\frac{x(x+3)}{(x+1)(x-5)}$ d) $\frac{x^2-x+1}{(x-1)(x-2)}$ e) $\frac{4}{x^2}$
f) $\frac{(x-2)^2}{(x-1)(x+1)}$ g) $\frac{2x}{x^2+2x+4}$ h) $\frac{x+2}{x+1}$ i) $\frac{7x+5}{(x-4)(x+7)}$ j) $\frac{3(x+2)}{(x+3)^2}$
k) $\frac{6x^2-2x-3}{3x-1}$ l) $\frac{7x-15}{(x+2)(x-3)}$ m) $\frac{x+6}{(x-4)(x+4)}$ n) $\frac{5(2x-3)}{(x-5)(x-3)(x+2)}$ o) $\frac{x+4}{x}$
p) $\frac{x+2}{3x-4}$ q) $\frac{3}{5(t+3)}$ r) $\frac{2}{3}x + \frac{14}{3}$ s) $\frac{2(x+3)}{(x+2)(7x+9)}$ t) $\frac{6}{(x+h+3)(x+3)}$
u) $\frac{-2x-h}{x^2(x+h)^2}$ v) $\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}(x-2)}$ w) $\frac{x^2+1}{(x+1)^{\frac{1}{3}}(x^2+4)}$ x) $\frac{-1}{\sqrt{x+7}(x-5)}$ y) $\frac{x+4}{2(3x+2)^{\frac{1}{3}}}$ z) $\frac{-(x+3)^{\frac{4}{3}}}{(x+2)^{\frac{1}{2}}}$