

MATHEMATICS 201-009-50

Precalculus
Martin Huard
Fall 2007

II - Algebraic Expressions

1. Expand and simplify.

- | | |
|---|--|
| a) $4(2x-1)+x(2+4x)$ | b) $(2x^2-3x+5)+(3x^2+7x)$ |
| c) $2(x^3-3x^2+9)+3(4x^3-2x^2+6x)$ | d) $x^2(x-2)+x(x^2-x+1)+3(x^2-3)$ |
| e) $\sqrt{x}(x^{\frac{3}{2}}+2x^{\frac{1}{2}}-2)$ | f) $x^{\frac{3}{2}}(x^3-2x^{\frac{3}{2}}+x)$ |
| g) $\sqrt[3]{t}(t^2+\sqrt{t}+2)$ | h) $(x+2)(x-5)$ |
| i) $(3x-1)(5x+2)$ | j) $(x+2y)(3x-y)$ |
| k) $(3x-2)^2$ | l) $(2-5x)^3$ |
| m) $(2x+1)(x^2-x+2)$ | n) $(3x-1)(2x^2+x)$ |
| o) $x(x+2)(3x-4)$ | p) $(x^2+2x+5)(x^2-x-1)$ |
| q) $(x^2+1)^2-x^3(x^2+x-1)$ | r) $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})$ |
| s) $(\sqrt{x^2+x+1}+5)(\sqrt{x^2+x+1}-5)$ | t) $(1+2x^2)^3$ |
| u) $(1-t^2)^2(1+t^2)^2$ | v) $(1+x^{\frac{3}{2}})(2-3x^{\frac{1}{2}})$ |
| w) $(x^{\frac{3}{2}}+2x^{\frac{1}{2}}+1)(x-3)$ | x) $(2x^2y+xy^2)(3xy^3-4x^2y)$ |
| y) $(x^2+2x+3)^2$ | z) $(x^2+2xy+3y^2)(x^2y-2y^2)$ |

2. Factor the expression completely.

- | | |
|--------------------------------------|---|
| a) $3x+6x^2$ | b) $6x^5-15x^4$ |
| c) x^2-x-6 | d) x^2+2x-8 |
| e) $x^2+7x+10$ | f) $2x^2-5x-12$ |
| g) $3x^2+7x+2$ | h) $6x^2-13x-5$ |
| i) $8x^2-22x-21$ | j) $x^2(x+2)^3-3x(x+2)^4$ |
| k) $(x+3)^7(2x+1)^4-(x+3)^6(2x+1)^5$ | l) $4(x^2+1)^3(x-4)^2+2(x^2+1)^2(x-4)^4$ |
| m) $(n-1)(x-y)+n(y-x)$ | n) $2x^3(x+2)^4(5x+4)^5+x^2(x+2)^3(5x+4)^6$ |
| o) x^3+27 | p) $8t^3-125$ |
| q) x^3+3x^2-18x | r) $x^3-2x^2-9x+18$ |
| s) $x^4-3x^3+8x-24$ | t) $2x^6+3x^4-32x^2-48$ |
| u) x^6-y^{12} | v) t^8-1 |

w) $x^4 + 2x^2 + 1$

y) $\frac{1}{4}x^2 - x - 8$

aa) $x^{\frac{7}{2}} - x^{\frac{3}{2}}$

cc) $x^{\frac{3}{2}} - 4x^{\frac{1}{2}}$

ee) $2x^{\frac{1}{3}}(x+1)^{\frac{1}{2}} + 4x^{\frac{2}{3}}(x+1)^{\frac{5}{2}}$

gg) $2\sqrt[4]{2x-3} - x^2(2x-3)^{\frac{-7}{4}}$

ii) $\sqrt[3]{x}(x^2-4)^{\frac{3}{4}} - x^{\frac{7}{3}}(x^2-4)^{\frac{-1}{4}}$

x) $x^4 + 2x^2 - 3$

z) $\frac{1}{6}x^2 - \frac{3}{2}x - 6$

bb) $x^{\frac{5}{2}} + 9x^{\frac{3}{2}} + 20x^{\frac{1}{2}}$

dd) $x^{\frac{-1}{2}}(x+1)^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}(x+1)^{\frac{-1}{2}}$

ff) $4(x^2+1)^{\frac{-2}{3}} - 8x^2(x^2+1)^{\frac{-8}{3}}$

hh) $2(x+1)^{\frac{-2}{3}}(x+2)^{\frac{5}{2}} - (x+1)^{\frac{4}{3}}(x+2)^{\frac{3}{2}}$

jj) $(z^2+3)^2 - 5(z^2+3) - 14$

3. Show that $ab = \frac{1}{2}[(a+b)^2 - (a^2 + b^2)]$.

4. Factor $x^4 + 4$ by rewriting it as $(x^4 + 4x^2 + 4) - 4x^2$ and noticing that the last expression is a difference of squares.

5. Factor $(a^2 + b^2)^2 - (a^2 - b^2)^2$ completely.

ANSWERS

1. a) $4x^2 + 10x - 4$ b) $5x^2 + 4x + 5$ c) $14x^3 - 12x^2 + 18x + 18$
 d) $2x^3 + x - 9$ e) $x^2 + 2x - 2\sqrt{x}$ f) $x^{\frac{9}{2}} - 2x^3 + x^{\frac{5}{2}}$
 g) $t^{\frac{7}{3}} + t^{\frac{5}{6}} + 2t^{\frac{1}{3}}$ h) $x^2 - 3x - 10$ i) $15x^2 + x - 2$
 j) $3x^2 + 5xy - 2y^2$ k) $9x^2 - 12x + 4$ l) $8 - 60x + 150x^2 - 125x^3$
 m) $2x^3 - x^2 + 3x + 2$ n) $6x^3 + x^2 - x$ o) $3x^3 + 2x^2 - 8x$
 p) $x^4 + x^3 + 2x^2 - 7x - 5$ q) $x^4 - x^3 + 2x^2 + 1$ r) $y - x$
 s) $x^2 + x - 24$ t) $8x^6 + 12x^4 + 6x^2 + 1$ u) $t^8 - 2t^4 + 1$
 v) $-3x^2 + 2x^{\frac{3}{2}} - 3x^{\frac{1}{2}} + 2$ w) $x^{\frac{5}{2}} - x^{\frac{3}{2}} + x - 6x^{\frac{1}{2}} - 3$
 x) $6x^3y^4 - 8x^4y^2 + 3x^2y^5 - 4x^3y^3$ y) $x^4 + 4x^3 + 10x^2 + 12x + 9$
 z) $x^4y - 2x^2y^2 + 2x^3y^2 - 4xy^3 + 3y^3x^2 - 6y^4$
2. a) $3x(2x+1)$ b) $3x^4(2x-5)$ c) $(x-3)(x+2)$
 d) $(x+4)(x-2)$ e) $(x+5)(x+2)$ f) $(2x+3)(x-4)$
 g) $(3x+1)(x+2)$ h) $(3x+1)(2x-5)$ i) $(4x+3)(2x-7)$
 j) $-2x(x+3)(x+2)^3$ k) $(x+3)^6(2x+1)^4(2-x)$
 l) $2(x-4)^2(x^2+1)^2(3x^2-8x+18)$ m) $y-x$
 n) $x^2(x+2)^3(5x+4)^5(2x+1)(x+4)$ o) $(x+3)(x^2-3x+9)$
 p) $(2t-5)(4t^2+10t+25)$ q) $x(x+6)(x-3)$ r) $(x-2)(x-3)(x+3)$
 s) $(x-3)(x+2)(x^2-2x+4)$ t) $(x-2)(x+2)(x^2+4)(2x^2+3)$
 u) $(x-y^2)(x+y^2)(x^2+xy^2+y^4)(x^2-xy^2+y^4)$
 v) $(t-1)(t+1)(t^2+1)(t^4+1)$ w) $(x^2+1)^2$ x) $(x-1)(x+1)(x^2+3)$
 y) $\frac{1}{4}(x+4)(x-8)$ z) $\frac{1}{6}(x+3)(x-12)$ aa) $x^{\frac{3}{2}}(x-1)(x+1)$
 bb) $x^{\frac{1}{2}}(x+5)(x+4)$ cc) $\frac{(x-2)(x+2)}{x^{\frac{1}{2}}}$ dd) $\frac{2x+1}{x^{\frac{1}{2}}(x+1)^{\frac{1}{2}}}$
 ee) $\frac{2(x+1)^{\frac{1}{2}}(x+2)(2x+1)}{x^{\frac{2}{3}}}$ ff) $\frac{4(x^4+1)}{(x^2+1)^{\frac{8}{3}}}$ gg) $\frac{7x^2-24x+18}{(2x-3)^{\frac{7}{4}}}$
 hh) $\frac{-(x+2)^{\frac{3}{2}}(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})}{(x+1)^{\frac{2}{3}}}$ ii) $\frac{-4x^{\frac{1}{3}}}{(x+2)^{\frac{1}{4}}(x-2)^{\frac{1}{4}}}$ jj) $(z-2)(z+2)(z^2+5)$
4. $(x^2 - 2x + 2)(x^2 + 2x + 2)$
5. $4a^2b^2$